IIT BTP Année 1 Année 2008-2009

# Contrôle en temps limité de Résistance des Matériaux

Vendredi 24 Octobre 2008 Durée 2h

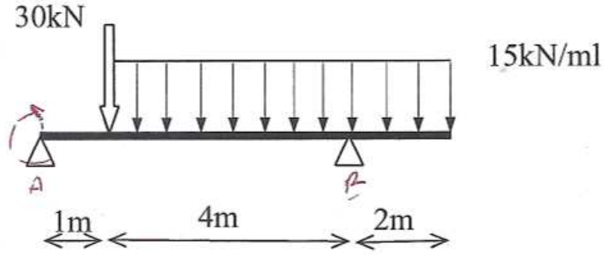
Sans documents

Calculatrice programmable autorisée

**Exercice n°1:**

Calculer les réactions d'appui sur la poutre sur deux appuis suivante:

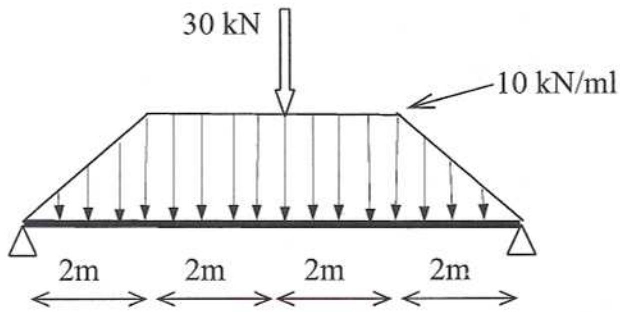
(2 points)




**Exercice n°2:**

Calculer le plus simplement possible les réactions d'appui sur la poutre sur deux appuis suivante:

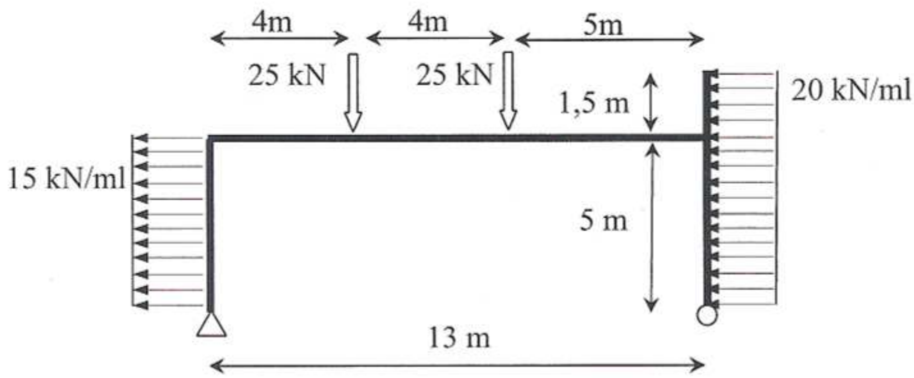
(1 point)




**Exercice n°3:**

Calculer les réactions d'appui de la structure ci-contre

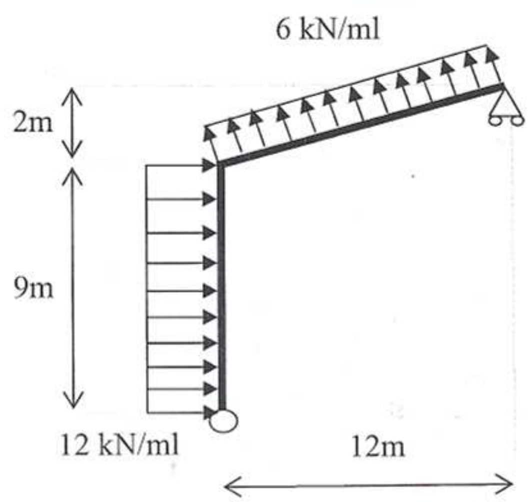
(3 points)




**Exercice n°4:**

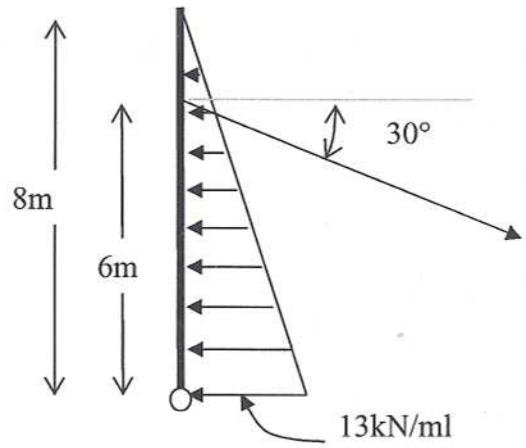
Calculer les réactions d'appui sur le demi-portique ci-contre les charges sont perpendiculaires aux barres

(3 points)

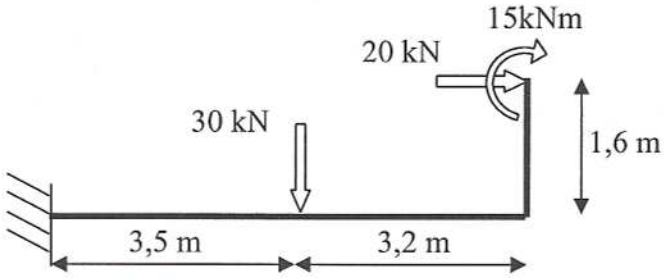


**Exercice n°5:**
Un mur vertical est schématisé par la poutre ci-contre, il est articulé en pied et maintenu en tête par un tirant ancré dans le sol et incliné de 30° par rapport à l'horizontale.
Calculer la réaction en pied de mur et l'effort dans le tirant

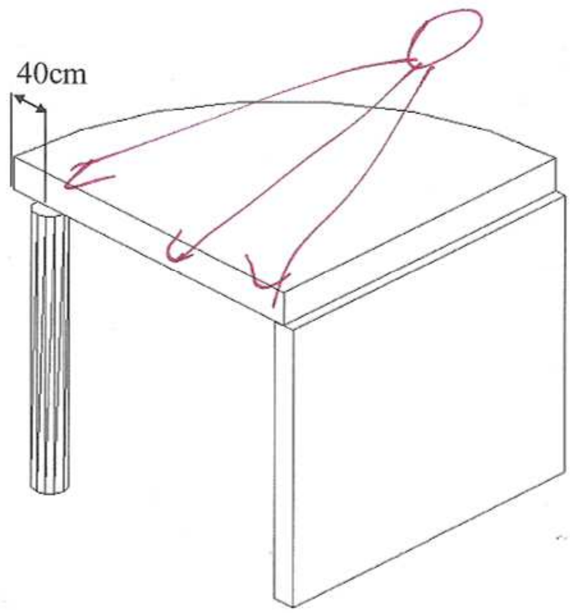
( 3 points)



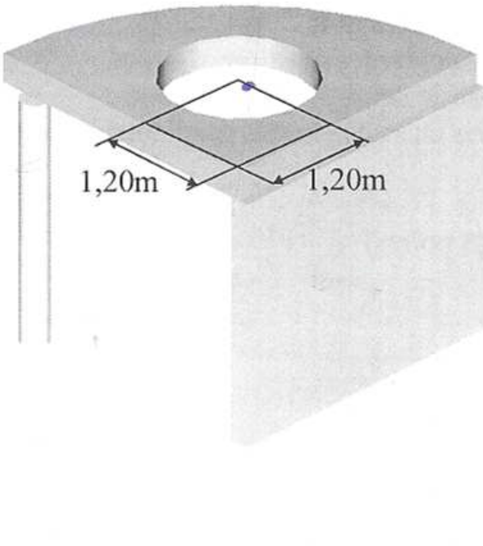

**Exercice n°6:** (2 points)
Calculer les réactions d'appuis et le moment d'encastrement de la structure ci-contre




**Exercice n°7:** (6 points)
Une dalle ayant une forme de quart de disque de 4m de rayon , de 30cm d'épaisseur en béton armé, repose sur un mur et sur un poteau circulaire, comme indiqué sur la perspective ci-contre.
Calculer la réaction d'appui sur le poteau circulaire et la charge totale s'appliquant sur le mur
Poids volumique du béton armé 25 kN/m$^3$

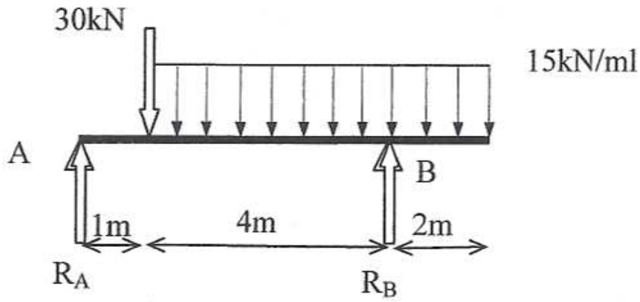



Recalculer ces deux valeurs après avoir fait un trou circulaire de 1,5m de diamètre dans la dalle à l'emplacement indiqué sur le croquis ci-contre




Où placeriez-vous les points d'accroche d'une élingue à 3 brins permettant de soulever horizontalement cette dalle avec le trou ? Justifier vos résultats par un calcul.

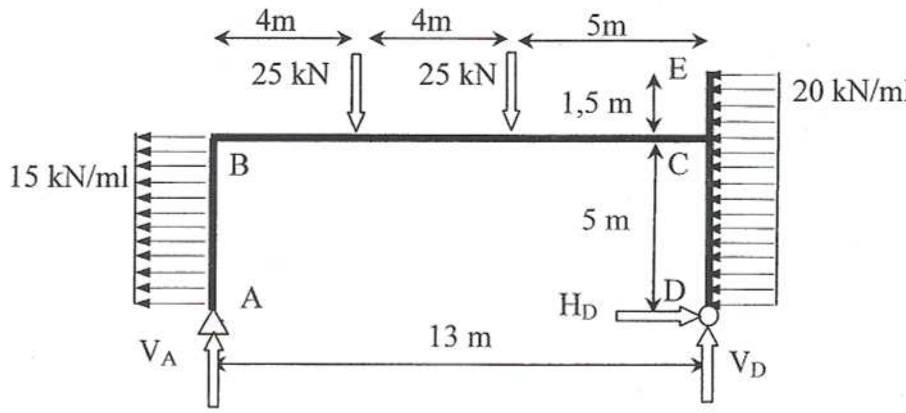
Correction du contrôle du 24 octobre 2008
IIT BTP Année 1



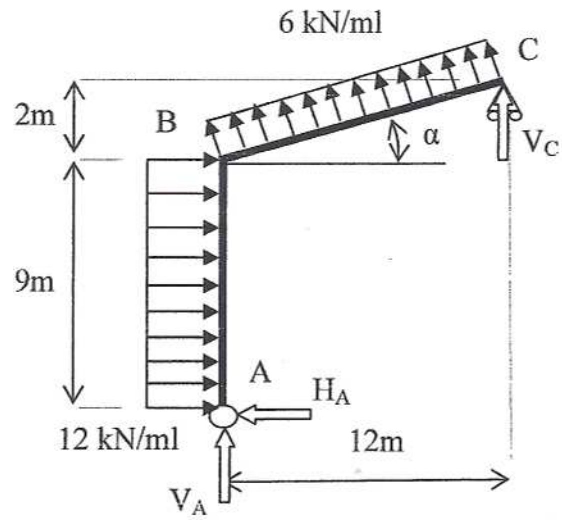

**Exercice 1**:
Classique sans difficulté particulière, il fallait simplement ne pas oublier la charge de 30kN.
Par habitude on appelle A et B les deux appuis, et on place les réactions d'appui appelées $R_A$ et $R_B$
Sans calcul, compte tenu de la position des charges, on trouve que ces réactions seront dirigées vers le haut on les oriente donc vers le haut pour obtenir des valeurs positives
On calcule la réaction d'appui en A en écrivant que le moment de tous les efforts par rapport à B est nul. On choisit cette équation car elle ne contient que $R_B$.
$30*1 + 15*6*4 - R_B*5 = 0$ d'où $R_B = 78$ kN
Pour calculer $R_A$ on peut écrire que le moment de tous les efforts par rapport à B est nul, ce qui a pour avantage de calculer $R_A$ indépendamment de $R_B$.
$30*4 + 15*6*1 - R_A*5 = 0$ d'où $R_A = 42$ kN
Il est toujours rassurant de vérifier ses calculs par une équation simple, la projection de tous les efforts sur la verticale est nulle. $42 - 30 - 15*6 + 78 = 0$

**Exercice 2:**
On constate la symétrie du problème, pour la géométrie de la poutre, les chargements et les appuis. Les deux réactions seront donc égales à la moitié du chargement.
Chaque réaction d'appui aura pour valeur $(30 + 10*(8+4)/2) / 2 = 45$ kN
Nb: Lorsqu'un exercice est noté sur 1 point, la résolution doit être rapide, d'autant que dans l'énoncé il était indiqué "calculer le plus simplement possible...". Souvent vous lisez trop rapidement les énoncés.
On peut utiliser la même méthode qu'à l'exercice 1, mais les calculs sont plus compliqués et ne correspondent pas à la méthode à utiliser pour résoudre ce type de problème.

**Exercice 3:**
Le problème est un peu plus compliqué, la structure comporte un appui simple que nous appellerons A et une articulation à l'autre extrémité que nous appellerons D en laissant les lettre B et C pour les extrémités de la traverse horizontale.
En D l'articulation nous apporte deux réactions, une verticale et une autre horizontale, appelées $V_D$ et $H_D$




Réfléchissons quelques instants sur le sens de ces efforts, $H_D$ sera la seule réaction à encaisser les efforts horizontaux qui proviennent des charges réparties sur les barres AB et DE, il est donc plus judicieux (pour obtenir un résultat positif) de mettre son sens de gauche à droite. Pour Vd c'est un peu trop compliqué, on ne peut pas connaître le sens avant de faire les calculs, on la placera par habitude de bas en haut.
Pour $V_A$ on peut facilement trouver son sens, les moments de tous les efforts par rapport à D sont dans le même sens, donc $V_A$ sera obligatoirement dirigée vers le haut.
Il ne reste qu'à écrire 3 équations pour calculer ces réactions d'appuis.
On peut commencer par écrire que la somme des projections des efforts sur l'horizontale est nulle, cette équation ne fera apparaître que $H_D$. $-15*5 - 20*6{,}5 + H_D = 0$ d'où $H_D = 205$ kN
Puis on peut écrire que le moment de tous les efforts par rapport à D est nul:
$V_A*13 - 15*5*2{,}5 - 25*9 - 25*5 - 20*6{,}5*3{,}25 = 0$ d'où $V_A = 73{,}85$ kN
Et pour terminer on peut écrire que la somme des projections sur la verticale est nulle:
$73{,}85 - 25 - 25 + V_D = 0$ d'où $V_D = -23{,}85$ kN
on constate un nombre négatif pour $V_D$, ce qui indique un soulèvement en D
Nb : il est possible d'écrire que le moment par rapport à A de tous les efforts est nul, ce qui donne une équation indépendante de $V_A$ pour calculer $V_D$ et se réserver l'équation de projection sur le verticale pour une vérification.



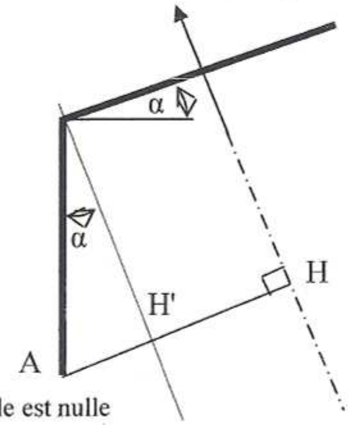

**Exercice 4 :**

Par habitude on note les extrémités des barres A, B et C
Ici on détecte une barre inclinée, l'angle d'inclinaison et la longueur de la barre n'étant pas indiqués sur le croquis, il serait judicieux de les calculer car on est certain d'en avoir besoin.

$\alpha = \text{atan}(2/12) = 9{,}46°$

$BC = (12^2 + 2^2)^{0,5} = 12{,}17$ m

Plaçons maintenant les réactions d'appuis.
En A deux réactions, car A est une articulation $H_A$ sera plutôt orienté de droite à gauche pour reprendre l'effort réparti sur le poteau AB, par contre il est difficile de placer $V_A$ dans le bons sens, nous la placerons de bas en haut, même si en réfléchissant un peu, le soulèvement sur la barre BC risque d'entraîner un soulèvement en A. Nous le verrons plus tard avec le calcul.
En C c'est un appui simple la réaction sera verticale, pour le sens on peut estimer un soulèvement, mais la charge sur le poteau agit dans l'autre sens, en cas de doute il est préférable de garder le sens "habituel".
Pour calculer $V_C$ on peut écrire que le moment de tous les efforts par rapport à A est nul, car les inconnues $V_A$ et $H_A$ .n'apparaissent pas dans cette équation (le bras de levier de ces efforts par rapport à A est nul)
Avant d'écrire cette équation on détecte une légère difficulté, comment calculer le moment de résultante de la charge sur BC par rapport à A.



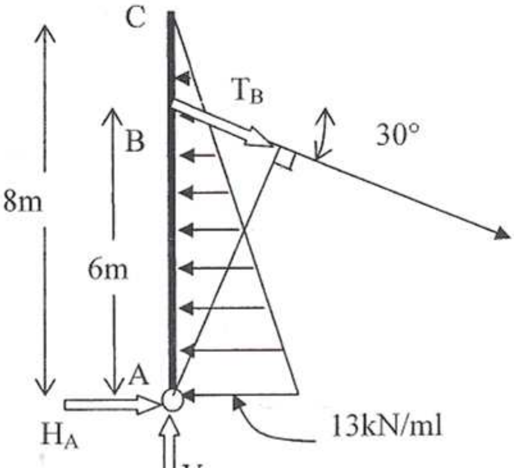

la résultante vaut 12,17*6
le bras de levier de cette résultante par rapport à A vaut AH
pour calculer ce bras de levier il faut penser à le décomposer en deux
HH' est égal à la moitié de la longueur de la barre BC
AH' est obtenu à partir de la longueur de la barre AB et de l'angle α
$AH' = 9 \sin 9{,}46°$

Lorsque ce calcul préliminaire est effectué on peut facilement écrire l'équation de moment par rapport à A
$12*9*4{,}5 - 12{,}17*6*(12{,}17/2 + 9 \sin 9{,}46) - V_C*12 = 0 \quad V_C = -5{,}52$ kN
on retrouve le soulèvement pressenti

Comme deuxième équation, on peut écrire que la somme des projections sur l'horizontale est nulle
$-H_A + 9*12 - 12{,}17*6*\sin 9{,}46° = 0 \qquad H_A = 96{,}00$ kN
Attention de ne pas oublier la projection horizontale de la résultante des efforts sur BC
Comme troisième équation, on peut écrire que la somme des projections sur la verticale est nulle.
$V_A + 12{,}17*6*\cos 9{,}46° - 5{,}52 = 0 \qquad V_A = -66{,}51$ kN on retrouve ici aussi un soulèvement.

Nb: Il était possible d'écrire l'équation de moment par rapport à C, les bras de levier sont plus simples à calculer mais cette équation comporte deux inconnues $V_A$ et $H_A$ . pour trouver $V_A$ il faut d'abord calculer $H_A$ .

**Exercice 5:**



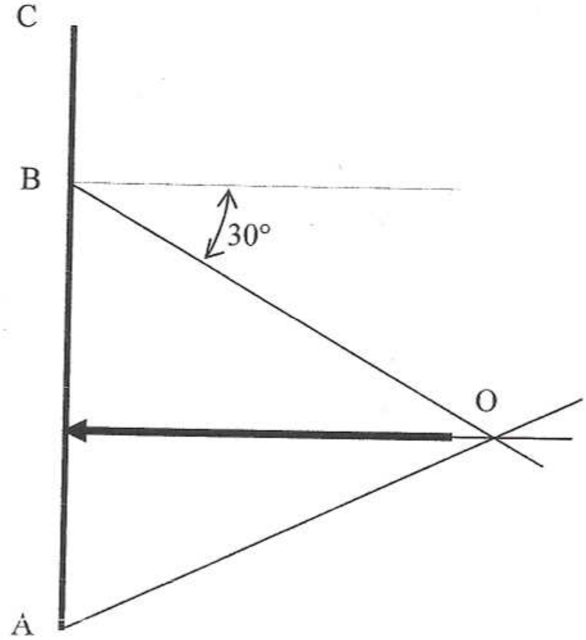

Notons A, B et C les points particuliers.
En A il y a une articulation, donc deux réactions d'appuis, $H_A$ et $V_A$
En B la direction de la réaction est celle du tirant, nous pouvons l'appeler $T_B$ par exemple.

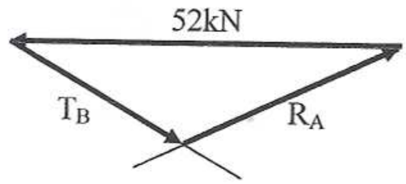
Pour calculer $T_B$ on écrit que le moment par rapport à A est nul
$((13*8)/2)*(8/3) - T_B*6 \cos 30° = 0 \qquad T_B = 26{,}7$ kN
L'équation de projection sur l'horizontale donne
$H_A - 13*8/2 + 26{,}7*\cos 30° = 0 \qquad H_A = 28{,}9$ kN
L'équation de projection sur la verticale donne
$V_A - 26{,}7 * \sin 30° = 0 \qquad V_A = 13{,}4$ kN

On peut aussi traiter le problème de façon graphique, la poutre AB est soumise à 3 forces non parallèles :
- La résultante de la charge triangulaire vaut 13*8 / 2 = 52 kN elle est horizontale et placée à 2,67m de A

- L'effort dans le tirant $T_B$, orienté à 30° par rapport à l'horizontale
- La réaction en A (somme vectorielle de $V_A$ et $H_A$)

L'équilibre de cette poutre AB impose que les trois forces soient concourantes




Tracer la poutre AC (1cm pour 1m), placer la première force de 52kN à l'horizontale à 2,67m de A à partir de B tracer une droite à 30°, puis joindre le point A au point d'intersection entre l'effort du tirant et l'effort de poussée.
Puis fabriquer le polygone des forces. Tracer l'effort horizontal de 52kN, à l'extrémité de cet effort tracer une parallèle à la direction du tirant, à l'origine de l'effort horizontal tracer une parallèle à AO.
A l'intersection de ces deux droites se trouve l'extrémité de $T_B$ et l'origine de $R_A$, il suffit de mesurer la longueur de $T_B$ soit 27 kN et les projections horizontale et verticale de $R_A$ $V_A = 13,5$ kN et $H_A = 29$ kN

A l'aide du tracé graphique et des angles on peut aussi calculer les valeurs de $V_A$, $H_A$ et $T_B$ sans les mesurer

**Exercice 6:**

La structure est encastrée en A, il y a donc en A deux réactions d'appuis $H_A$ et $V_A$ et un moment d'encastrement $M_A$
L'orientation de ces 3 réactions est placée au hasard
$H_A$ se trouve avec l'équation de projection sur l'horizontale
$H_A + 20 = 0$ $H_A = -20$ kN
$V_A$ se trouve avec l'équation de projection sur la verticale
$V_A - 30 = 0$ $V_A = 30$ kN
Et pour terminer $M_A$ avec l'équation de moment par rapport à A
$M_A + 30*3,5 + 20*1,6 + 15 = 0$ $M_A = -152$ kNm